

Problemi di discretizzazione nell'analisi limite cinematica di ponti ad arco in muratura

AUTORI: Nicola Grillanda*, Riccardo Giacometti, Vincenzo Mallardo (Università di Ferrara) (* relatore)

Vengono qui presentati alcuni modelli numerici innovativi di analisi limite cinematica, discontinuity layout optimization (DLO) e analisi limite rigido-plastica, per la valutazione della capacità portante di ponti ad arco in muratura. Entrambi i modelli sono stati integrati con una descrizione parametrica della geometria della struttura ed una tecnica di omogeneizzazione delle proprietà del materiale muratura. I primi risultati sono promettenti, mostrando coerenza rispetto a quanto ottenuto con i metodi di calcolo via blocchi rigidi tradizionalmente adottati per i ponti in muratura.

L'analisi limite è ancora oggi uno degli strumenti di calcolo più utilizzati nella valutazione della capacità portante di ponti ad arco in muratura. Nelle procedure tradizionalmente utilizzate si adotta spesso una strategia di modellazione eterogenea: ogni mattone che compone la struttura è rappresentato da un blocco rigido infinitamente resistente, mentre i giunti di malta vengono ridotti ad interfacce attritive aventi spessore nullo. Tra i software che seguono questa strategia, spesso indicata brevemente come *rigid block analysis*, è opportuno citare LimitState:RING [1], distribuito dalla compagnia LimitState e sviluppato all'Università di Sheffield (Regno Unito), ed il pacchetto LiABlock_3D [2], scritto in linguaggio MATLAB e sviluppato all'Università degli Studi di Napoli Federico II. La modellazione di ogni singolo mattone come elemento indipendente non è però praticabile per tutte le strutture: in particolare, risulta problematica per ponti di grandi dimensioni. Per far fronte a queste situazioni, negli anni recenti sono stati definiti modelli di analisi limite cinematica integrati con tecniche di omogeneizzazione. Tra questi è opportuno citare le i modelli di analisi limite cinematica via elementi finiti sviluppati al Politecnico di Milano [3, 4], la *discontinuity layout optimization* (DLO) sviluppata all'Università di Sheffield [5], e l'analisi limite rigido-plastica attualmente in fase di studio all'Università degli Studi di Ferrara. DLO ed analisi limite rigido-plastica sono i modelli di calcolo adottati nel presente studio.

La procedura di omogeneizzazione qui utilizzata permette di definire, a partire da un materiale eterogeneo quale la muratura, un materiale omogeneo equivalente. Si ha l'equivalenza quando (1) la potenza delle forze interna è la stessa per i due materiali e (2) il materiale omogeneo può rappresentare tutte le modalità di collasso osservabili sull'eterogeneo nel rispetto della legge di flusso plastico associato. I passaggi principali sono semplici: si individua l'elemento di volume rappresentativo sul quale si definiscono le deformazioni elementari (deformazioni planari, curvature e rotazioni), dopodiché si determinano le espressioni analitiche che definiscono potenza delle sollecitazioni interne e legge di flusso plastico associato in funzione di tali deformazioni. In questo modo è possibile applicare l'analisi limite cinematica ad un materiale omogeneo vincolato secondo queste relazioni analitiche, dunque equivalente al materiale eterogeneo muratura.

Il primo modello di analisi limite cinematica qui presentato è la discontinuity layout optimization (DLO). Questo si applica definendo una serie di nodi sull'area della struttura oggetto di studio ed individuando, connettendo i nodi a due a due, una serie di potenziali discontinuità (potenziali linee di frattura): l'applicazione del noto Principio delle Potenze Virtuali permette di definire un problema di ottimizzazione vincolata, la cui soluzione individua un fattore di carico ed un relativo meccanismo di collasso descritto dal quadro delle sole discontinuità attive. L'applicazione della DLO a strutture planari (pareti in muratura caricate nel piano, piastre in cemento armato caricate fuori piano) è ormai consolidata. La sua estensione a strutture curve in muratura, dunque in particolare ponti ad arco, è attualmente in fase di sviluppo [6] e prevede un'integrazione della DLO classica con l'omogeneizzazione ed una definizione parametrica della geometria della struttura. Quest'ultimo aspetto risulta particolarmente utile nello studio di strutture aventi geometria a singola o doppia curvatura.

Il secondo modello, attualmente in fase di studio all'Università degli Studi di Ferrara, è un approccio di analisi limite rigido-plastica. Questo prevede una discretizzazione della struttura oggetto di studio tramite elementi di forma poligonale (in genere triangolare). Si assume per ogni elemento una cinematica composta da un moto rigido più una deformazione puramente plastica, quest'ultima vincolata secondo le relazioni analitiche definite via omogeneizzazione. Anche in questo caso, risolvendo un problema di ottimizzazione vincolata (ancora una volta derivante dal Principio delle Potenze Virtuali) si ottengono un fattore di carico ed un relativo meccanismo di collasso, quest'ultimo descritto da un campo di moti rigidi ed un campo di deformazioni plastiche. Le deformazioni plastiche in particolare forniscono una rappresentazione del danno all'atto del collasso. Anche questo approccio viene integrato con una descrizione parametrica della geometria, al fine di estenderne l'applicazione alle strutture murarie di forma curva.

Come applicazione strutturale, entrambi i modelli sono stati utilizzati per valutare il carico di collasso di un arco in muratura in scala, precedentemente analizzato mediante prove sperimentali al centro ICAIR (Integrated Civil and Infrastructure Research Centre) dell'Università di Sheffield. L'arco in questione è un arco semicircolare ribassato di pianta quadrata (luce 750 mm, freccia 187.5 mm, spessore 54 mm e larghezza trasversale 750 mm). La condizione di carico è stata scelta in modo tale da indurre una risposta tridimensionale della struttura, in cui gli effetti trasversali non fossero trascurabili: si è quindi considerata una forza puntuale applicata ad un quarto della luce in direzione longitudinale, adiacente al bordo esterno in direzione trasversale. Un primo risultato ottenuto mediante analisi limite a blocchi rigidi, in questo caso tramite LiABlock_3D, fornisce infatti un carico di collasso pari a 0.68 kN ed un meccanismo di collasso fortemente tridimensionale. Il risultato ottenuto tramite DLO mostra un carico di collasso pari a 0.6678 kN ed un quadro di discontinuità attive compatibile con il meccanismo mostrato dall'analisi a blocchi rigidi. Tramite analisi limite rigido-plastica si è ottenuto un carico di collasso pari a 0.6648 kN ed una distribuzione di deformazioni plastiche in buon accordo con i meccanismi ottenuti via DLO ed analisi limite a blocchi rigidi.

In conclusione, i modelli di analisi limite qui presentati hanno mostrato risultati coerenti con i risultati ottenuti mediante le più tradizionali analisi a blocchi rigidi. Trattandosi di modelli attualmente in fase di studio, verranno condotte ulteriori ricerche al fine di estenderne l'applicazione ai casi studio più complessi. Tuttavia, i risultati preliminari evidenziano un buon potenziale nell'ambito della valutazione della capacità portante dei ponti ad arco in muratura.

[1] Gilbert, M. (2001). RING: a 2D rigid-block analysis program for masonry arch bridges. In *ARCH'01: troisième conférence internationale sur les ponts en arc (Paris, 15-21 septembre 2001)* (pp. 459-464).

[2] Cascini, L., Gagliardo, R., C Portioli, F. (2020). LiABlock_3D: a software tool for collapse mechanism analysis of historic masonry structures. *International Journal of Architectural Heritage*, 14(1), 75-94.

[3] Milani, G., Lourenço, P. B., C Tralli, A. (2006). Homogenised limit analysis of masonry walls, Part I: Failure surfaces. *Computers & structures*, 84(3-4), 166-180.

[4] Milani, G., Lourenço, P. B., C Tralli, A. (2006). Homogenised limit analysis of masonry walls, Part II: Structural examples. *Computers & structures*, 84(3-4), 181-195.

[5] Valentino, J., Gilbert, M., Gueguin, M., C Smith, C. C. (2023). Limit analysis of masonry walls using discontinuity layout optimization and homogenization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 124(2), 358-381.

[6] He, L., Grillanda, N., Valentino, J., Gilbert, M., C Smith, C. (2023). Analysis of masonry arch bridges using multi-scale discontinuity layout optimization. In *Life-Cycle of Structures and Infrastructure Systems* (pp. 1376-1383). CRC Press.