

IDENTIFICAZIONE DINAMICA DELLE STRUTTURE

Confronto tra identificazione dinamica analitica e sperimentale di una torre piezometrica

Vincenzo Giannetto – Ingegnere - Legale Rappresentante IndaginiStrutturalisrl

Antonio Mucciarone – Ingegnere – IndaginiStrutturalisrl

Marika Volpe – Ingegnere – IndaginiStrutturalisrl

1 INTRODUZIONE

In Italia sono presenti un gran numero di Torri Piezometriche, strutture che, se attive, oltre ad avere un'importanza strategica in quanto garantiscono la fornitura d'acqua a un consistente bacino d'utenza, hanno nella maggior parte dei casi, per la loro imponenza, un impatto paesaggistico di grande rilevanza. Considerato il fatto che molto spesso hanno anche valenza storica, ecco l'importanza e la necessità di doverle sottoporre a controlli tali da non generare su di esse impatti visivi e strutturali.

In questi casi è la tecnologia e le innovazioni ad essa legata che supportano e risolvono problematiche di vario tipo, legate soprattutto a controlli distruttivi e impattanti sulle strutture.

Tra tali tecnologie per il controllo strutturale, hanno un ruolo principe i monitoraggi automatici in continua ad acquisizione da remoto che, oltre ad avere un impatto molto ridotto sui manufatti, garantiscono risposte chiare, affidabili ed efficaci.

Il presente articolo, avente come argomento principale l'identificazione dinamica di una torre piezometrica, ovvero l'individuazione delle frequenze fondamentali d'oscillazione, rappresenta la seconda pubblicazione relativa all'attività di monitoraggio di un manufatto di questo tipo. È stata condotta per mezzo dell'elaborazione dei dati accelerometrici acquisiti nel corso del monitoraggio, per poi procedere ad un confronto con quanto ottenuto approssimando il suo comportamento a quello di un sistema SDOF (Single Degree of Freedom System).

L'intera esposizione è un estratto della tesi di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile dell'Ingegnere Antonio Mucciarone, sviluppata durante l'esperienza di tirocinio svolta presso la società IndaginiStrutturalisrl.

2 SISTEMA DINAMICO A 1 GRADO DI LIBERTÀ

Nel presente capitolo verranno riportati i concetti base che definiscono la dinamica di un sistema a 1 grado di libertà, fondamentale per la successiva identificazione dinamica analitica della torre, a seguito di una sua approssimazione ad un sistema SDOF (Single Degree of Freedom System).

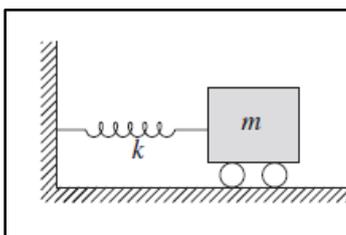


Figura 2 - Sistema SDOF non smorzato e non forzato

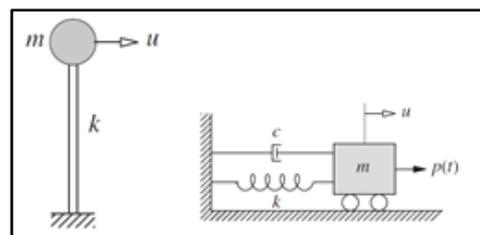


Figura 1 - Esempio sistemi SDOF

Per l'individuazione delle frequenze naturali bisogna far riferimento alle condizioni di vibrazione libera, ovvero di un sistema che viene disturbato dalla sua condizione di equilibrio statico e lasciato vibrare senza l'applicazione di alcuna sollecitazione esterna e smorzamento.

Il moto di un sistema avente tali caratteristiche viene descritto dall'equazione differenziale $m\ddot{u} + ku = 0$, dove m e k rappresentano rispettivamente la massa [kg] e la rigidità $\left[\frac{N}{m}\right]$ del sistema.

Per consentire la realizzazione delle vibrazioni libere, è necessario procedere nello spostare la massa dalla sua condizione di equilibrio statico, imponendo uno spostamento iniziale $u(0)$ e/o una velocità iniziale $\dot{u}(0)$.

Essendo l'equazione del moto del suddetto sistema un'equazione differenziale omogenea del secondo ordine a coefficienti costanti, è nota la forma della sua soluzione, potendo così definire l'equazione dello spostamento del sistema come $u(t) = u(0) \cos \omega_n t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t$, dove ω_n rappresenta la pulsazione naturale del sistema ricercata e così definita:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \left[\frac{rad}{s} \right]$$

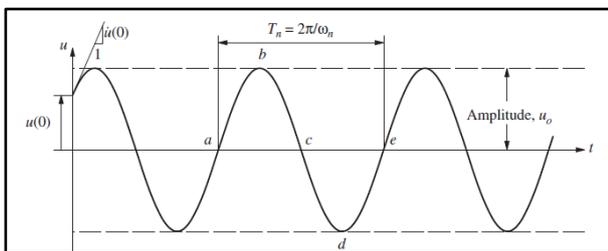


Figura 3 - Oscillazioni libere di un sistema SDOF

Dall'andamento temporale delle oscillazioni di un tale sistema, è possibile constatare come queste avvengano a frequenza ω_n e ad ampiezza costante

Però, tutte le strutture sono caratterizzate inevitabilmente dalla presenza di uno smorzamento, il quale racchiude gli effetti che comportano la dissipazione di energia, tale da condurre ad una diminuzione delle ampiezze delle oscillazioni naturali nel tempo fino ad annullarle del tutto, oltre ad una modifica delle frequenze con cui queste avvengono (trattasi sempre di oscillazioni naturali se nulle le sollecitazioni esterne).

Si vuole però evidenziare come le strutture siano caratterizzate da bassi valori di smorzamento, i quali conducono ad una riduzione delle ampiezze delle oscillazioni nel tempo ma caratterizzate da un valore di frequenza pressoché identico a quello di un sistema non smorzato.

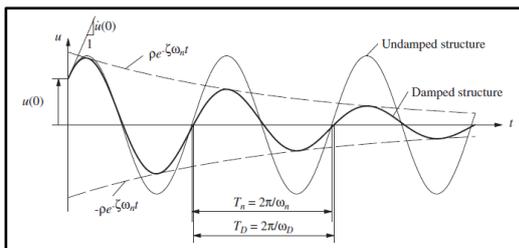


Figura 4 - Oscillazioni sistema non smorzato e sottosmorzato

Confrontando gli andamenti delle oscillazioni non smorzate e sottosmorzate (come per il caso tipico delle strutture) di due sistemi dotati della medesima massa e rigidità, risulta facilmente individuabile come i loro valori di picco vengano registrati nel medesimo istante temporale, comprovando come in tali condizioni le frequenze dei sistemi siano pressoché analoghe.

Quest'ultima considerazione consente di poter stabilire come sia possibile procedere ad una idealizzazione della torre ad un sistema SDOF non smorzato, al fine di identificare la sua pulsazione naturale mediante considerazioni di natura puramente analitica.

3 IDENTIFICAZIONE DINAMICA SPERIMENTALE

La caratterizzazione dinamica di una struttura consiste nel descrivere il suo comportamento dinamico come una combinazione di modi di vibrare, ognuno caratterizzato da una frequenza naturale di oscillazione, coefficiente di smorzamento e forma modale. I parametri modali sono da interpretarsi come l'impronta digitale della struttura, le quali sono esclusivamente funzione delle sue caratteristiche intrinseche (ad esempio massa, proprietà meccaniche dei materiali, rigidità elementi strutturali, condizioni di vincolo). Questo significa che eventuali modifiche subite dalla struttura possono essere individuate anche osservando variazioni significative delle caratteristiche dinamiche. Pertanto, l'identificazione dinamica può essere introdotta in diversi campi di applicazione come, ad esempio, la taratura di modelli FEM di strutture già esistenti, lo svolgimento di campagne di monitoraggio strutturale per stabilire il reale stato di conservazione della struttura (Structural Health Monitoring – SHM), oppure la valutazione dell'efficacia di interventi di consolidamento.

L'importanza dell'analisi dinamica è connessa alla possibilità di valutare gli effetti che i carichi dinamici potranno produrre sulla struttura stessa, confrontando le caratteristiche di entrambe. Infatti, le condizioni più pericolose si verrebbero a generare quando il contenuto in frequenza della sollecitazione agente contiene al suo interno le frequenze proprie della struttura, provocando il cosiddetto fenomeno della risonanza, con un conseguente incremento dell'ampiezza delle oscillazioni ed il rischio di giungere alla formazione di danni strutturali rilevanti.

3.1 Identificazione dinamica sperimentale

Oltre all'identificazione dinamica analitica (conseguente alla conoscenza di tutte le caratteristiche della struttura), è plausibile l'identificazione dinamica di tipo sperimentale, basata sui risultati delle campagne di indagini svolte sulla struttura oggetto di studio, acquisendo i livelli di oscillazione provocati dalle sorgenti vibrazionali presenti. In particolare, mediante i risultati di tali indagini sarà possibile ottenere le cosiddette **funzioni di risposta in frequenza FRF**. Questa modalità di analisi modale è possibile definirla anche come problema inverso, poiché note la risposta della struttura (output) e l'eccitazione che la provoca (input) è possibile risalire alle caratteristiche della stessa.

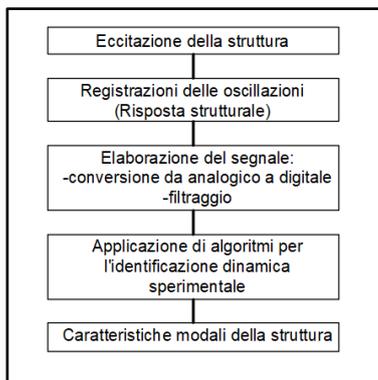


Figura 5 - Schema applicazione analisi modale sperimentale

Assume particolare importanza la corretta disposizione dei sensori, dato che durante le campagne di monitoraggio le oscillazioni vengono misurate solo nei punti in cui questi sono installati. Pertanto, la loro installazione deve essere tale da consentire la rilevazione del maggior numero possibile di informazioni, considerando che ogni modo di vibrare è dotato dei cosiddetti nodi modali, i quali sono caratterizzati da uno spostamento nullo, motivo per cui se il sensore fosse installato in corrispondenza di esso significherebbe perdere qualsiasi informazione su quella specifica forma modale da parte del suddetto sensore.

È possibile definire due modalità di analisi modale sperimentale:

- **Analisi Modale Sperimentale – EMA:** richiede la misura contemporanea delle forzanti (input) e della risposta (output);
- **Analisi Modale Operazionale – OMA:** permette la conoscenza della sola risposta della struttura (output), restando invece incognita la forzante (input).

Da questo confronto emerge come la principale differenza tra queste metodologie di analisi è connessa esclusivamente alla conoscenza della forzante esterna alla struttura, generando di conseguenza differenti algoritmi di elaborazione delle registrazioni vibrazionali. Nel caso della tecnica EMA, viene richiesta la necessità di sottoporre la struttura ad una forzante nota, mediante l'adozione di apposita attrezzatura, risultando però essere particolarmente impegnativa nel caso di strutture di grandi dimensioni, motivo per cui si è avuto un crescente sviluppo delle tecniche di identificazione dinamica di tipo OMA, dove la forzante è rappresentata dal solo rumore ambientale (vento, traffico) di cui però non sono note le sue caratteristiche. Pertanto, l'OMA risulta essere meno costosa (non richiedendo l'eccitazione artificiale della struttura), i parametri modali sono rappresentativi del suo comportamento in condizioni operative ed evita di interferire con l'operatività stessa della struttura.

Ulteriore classificazione sui metodi di identificazione dinamica sperimentale della struttura è connessa al numero di punti di misura dell'eccitazione (input) e delle risposte strutturali (output). Nel caso delle tecniche di tipo EMA, è possibile identificare i seguenti schemi:

- SISO: single – input, single – output;
- SIMO: single – input, multiple – output;
- MIMO: multiple – input, multiple – output;
- MISO: multiple – input, single – output;

3.2 Funzioni di risposta in frequenza

Come già definito ad inizio paragrafo, la risposta della struttura a seguito di una sollecitazione esterna, è data dalla somma di tutti i contributi forniti dai modi di vibrare, ognuno dei quali viene eccitato in modo differente dalla forzante agente.

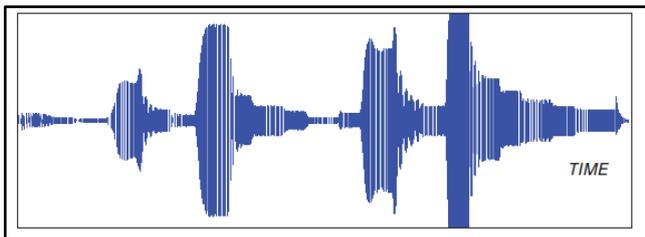


Figura 6 - Risposta del sistema MDOF ad un'eccitazione armonica a frequenza crescente

A titolo d'esempio, si consideri un sistema a più gradi di libertà (MDOF) sottoposto ad una forzante armonica caratterizzata da un incremento della propria frequenza nel tempo. Il conseguente andamento temporale della risposta del sistema all'eccitazione agente evidenzia la presenza di incrementi in ampiezza negli istanti temporali in cui la forzante si avvicina ad una frequenza simile a quella dei modi di vibrare del sistema, raggiungendo la condizione di risonanza.

Però l'analisi delle forzanti e delle risposte del sistema non sono di facile interpretazione nel dominio del tempo, motivo per cui si preferisce procedere ad una loro trasformazione nel dominio delle frequenze mediante l'applicazione della FFT (Fast Fourier Transform, come già definito nel primo articolo), consentendo così di individuare la cosiddetta **Funzione di Risposta in Frequenza FRF** del sistema, caratterizzata dal vantaggio di mettere in evidenza le frequenze di risonanza del sistema eccitato (e di conseguenza i relativi modi di vibrare) in corrispondenza dei suoi valori di picco.

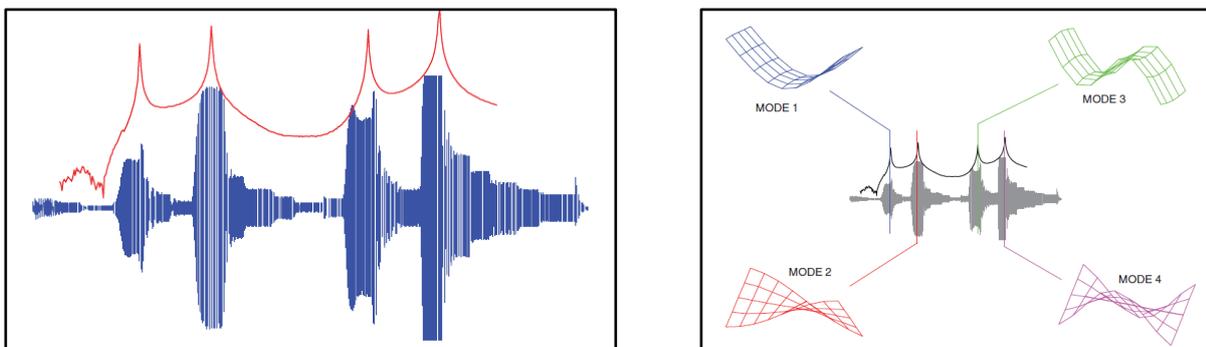


Figura 7 - Esempio di andamento delle FRF e relativi modi di vibrare

Per la costruzione della FRF viene richiesta la conoscenza contemporanea della forzante e della risposta della struttura, la quale è definita nel seguente modo:

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)}$$

Dove:

- $X(\omega)$ è la Trasformata di Fourier della risposta strutturale (output);
- $F(\omega)$ è la Trasformata di Fourier dell'eccitazione applicata alla struttura (input).

È evidente come la funzione di risposta $H(\omega)$ sia un numero complesso (essendo un rapporto tra numeri complessi), motivo per cui può essere sempre rappresentato in termini di ampiezza e fase.

Per un semplice sistema dinamico è possibile procedere all'individuazione di un'espressione analitica della FRF, essendo di questo nota l'equazione del moto tale da descrivere nel dettaglio la sua risposta ad una eccitazione esterna. Pertanto, considerando un sistema SDOF (Single Degree of Freedom), il cui comportamento è descritto dall'equazione $m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t)$, sottoponendolo ad una forzante sinusoidale $p(t) = e^{i\omega t}$, è possibile stabilire l'espressione analitica della FRF (essendo nota la sua risposta stazionaria, successiva al transitorio):

$$H(\omega) = \frac{1}{-\omega^2 m + i\omega c + k}$$

Ipotizzando che il sistema SDOF sia costituito da una massa di 1 kg , rigidità di $100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ e smorzamento di $0,6 \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}}$, la sua pulsazione propria risulta essere pari a $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

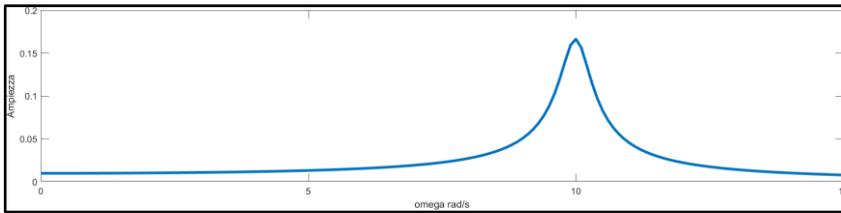


Figura 8 - Ampiezza della FRF del sistema SDOF considerato

Tracciando l'andamento del modulo della FRF (di cui è nota l'espressione), è possibile individuare la presenza di un picco in corrispondenza della pulsazione pari a 10 rad/s , ovvero della pulsazione propria del sistema. Questo risultato permette di dimostrare quanto atteso, relativamente alle informazioni di nostro interesse ricavabili dal tracciamento delle FRF.

Nella pratica però, per lo studio di strutture complesse, la definizione della FRF avviene mediante i risultati ottenuti da misure eseguite in situ, tramite l'installazione di sensori atti a registrare l'andamento della forzante e della risposta strutturale. In particolare, possono essere costruite tante funzioni FRF in base al numero dei punti di misura. Infatti, al crescere di essi, diminuisce la probabilità di perdita di informazioni circa eventuali modi di vibrare della struttura analizzata, mediando i risultati ottenuti da tutte le FRF.

È possibile concludere con una breve definizione di tutte le fasi di stima delle FRF:

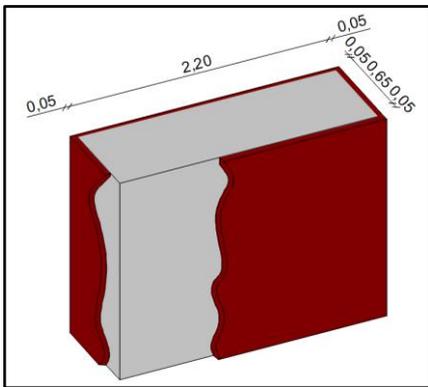
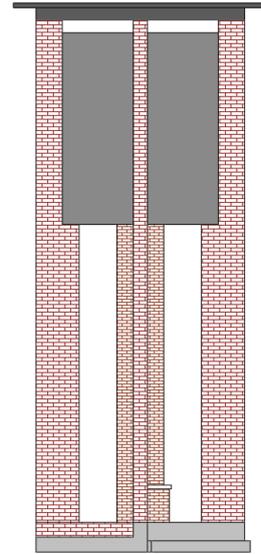
1. Eccitare la struttura con una forzante nota nel punto i ;
2. Rilevare la risposta del sistema nel punto j ;
3. Eseguire il rapporto tra la FFT della forzante e della risposta del sistema;
4. Valutare il modulo e fase della FRF così ottenuta;
5. Ogni valore di picco del modulo della FRF identifica un modo di vibrare della struttura.

4 IDENTIFICAZIONE DINAMICA DELLA TORRE PIEZOMETRICA

4.1 Descrizione della torre piezometrica

La conoscenza della struttura, soprattutto in termini di tipologia costruttiva, geometria e proprietà meccaniche dei materiali, è fondamentale per lo svolgimento di qualsiasi considerazione su di essa. Nel caso specifico in esame, è necessaria al fine di procedere ad una sua schematizzazione ad un equivalente sistema SDOF, necessario per procedere alla determinazione delle sue frequenze proprie di vibrazione da considerazioni di natura analitica.

Come già descritto nel precedente articolo, la struttura oggetto di studio è una torre piezometrica di altezza totale di 30m dal piano campagna e costituito da un serbatoio di sezione circolare con diametro di circa 8m e altezza 9m. Quest'ultimo è sorretto da quattro setti, aventi dimensioni 2,3x0,75m, per i quali è stata individuata una risega di circa 0,90m in corrispondenza del serbatoio stesso. È presente, inoltre, un ulteriore elemento verticale di sezione circolare cava (diametro esterno 2,5m e spessore 0,40m) in posizione baricentrica al serbatoio, il quale funge presumibilmente da ingresso ad esso. La struttura di base, non simmetrica in pianta, è realizzata sia da elementi in calcestruzzo che in muratura.



A seguito dello svolgimento di apposite indagini conoscitive su uno dei setti, mediante l'adozione di pacometro e georadar, è stato possibile definire come l'intera struttura sia realizzata in calcestruzzo armato e rivestita da una cortina in laterizio di spessore di circa 5cm, informazioni di fondamentale importanza ai fini della sua caratterizzazione dinamica come approssimazione ad un sistema SDOF.

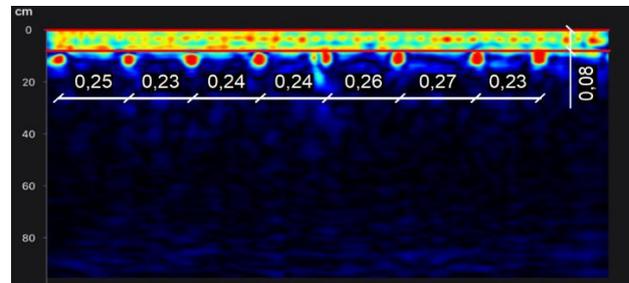
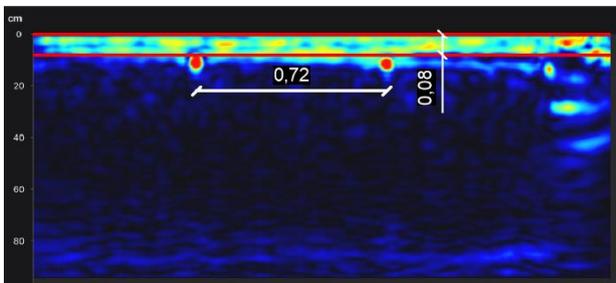


Figura 9 – Georadar sul setto

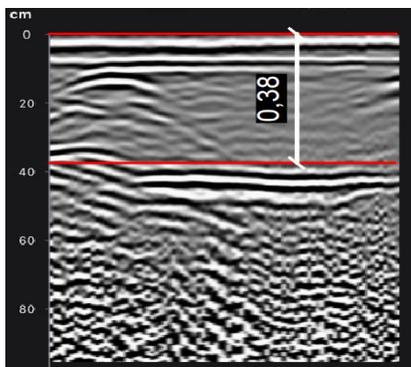


Figura 10 – Georadar sulla colonna

Ulteriori indagini sono state eseguite anche sull'elemento strutturale verticale cavo, con l'obiettivo di stabilire il valore del suo spessore, risultando essere pari a circa 40cm.

4.2 Identificazione dinamica analitica

Per procedere alla definizione del sistema SDOF con cui è possibile individuare la frequenza naturale ricercata, è necessario identificare preventivamente le caratteristiche del suddetto sistema (massa e rigidezza) sulla base delle proprietà della torre piezometrica.

Risultano però essere numerose le incertezze in termini di caratteristiche geometriche e meccaniche della struttura, le quali condurranno ad un range di variazioni del risultato finale.

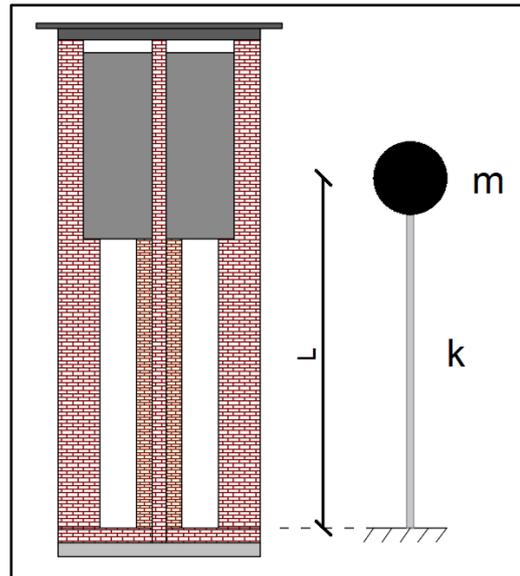


Figura 11 – Idealizzazione della torre ad un sistema SDOF

I parametri dotati di maggiore incertezza sono:

- Modulo elastico del calcestruzzo: non essendo stato possibile procedere ad una stima circa le caratteristiche meccaniche del calcestruzzo, sono state considerate le seguenti classi di resistenza:
 - C16/20
 - C20/25
 - C25/30
- Spessore pareti del serbatoio: con le informazioni a disposizione è stato possibile ricostruire la sezione, senza però stabilire nel dettaglio lo spessore delle pareti;
- Altezza elementi strutturali: le altezze dei setti sono state considerate a partire dal piano di calpestio del basamento, considerando inoltre come la colonna centrale cava presenti un'altezza incrementale di circa 2m a seguito della forma del serbatoio. Non potendo però assumere con assoluta certezza che il vincolo di incastro sia corrispondente al basamento, verrà considerata un'estensione della lunghezza degli elementi verticali pari a 1m, al fine di considerare l'eventuale cedevolezza del medesimo vincolo ed i conseguenti effetti in termini di variazione di rigidezza del sistema SDOF equivalente.

4.2.1 Calcolo massa e posizione baricentro della struttura

In questa fase di studio, la struttura viene considerata come simmetrica in pianta, trascurando di conseguenza eventuali asimmetrie prodotte dalla forma del basamento, consentendo di stabilire con immediatezza la posizione del baricentro della struttura in pianta, rendendo di conseguenza necessario solo valutare l'altezza a cui questo si trova, fondamentale per la successiva identificazione della rigidezza del sistema SDOF.

Per il calcolo delle masse (e della successiva rigidezza), dai setti e dalla colonna centrale è stato escluso lo spessore del rivestimento in laterizio, così da considerare esclusivamente le reali dimensioni delle sezioni resistenti.

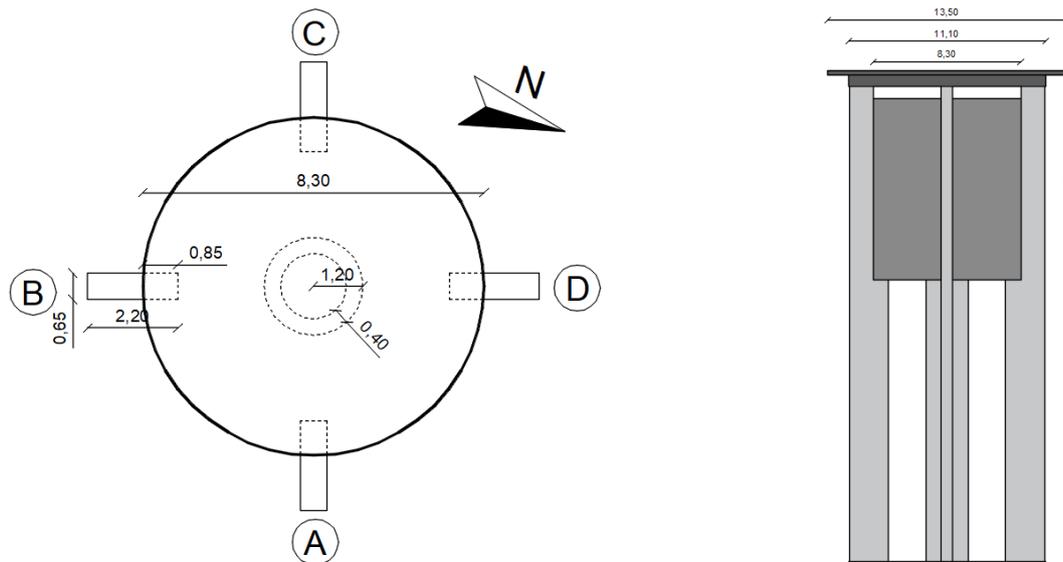


Figura 12 – Dimensione della torre per l'idealizzazione ad un sistema SDOF

Serbatoio

Di seguito si riporta la sezione del serbatoio ed il nominativo di tutte le grandezze necessarie per il calcolo della massa.

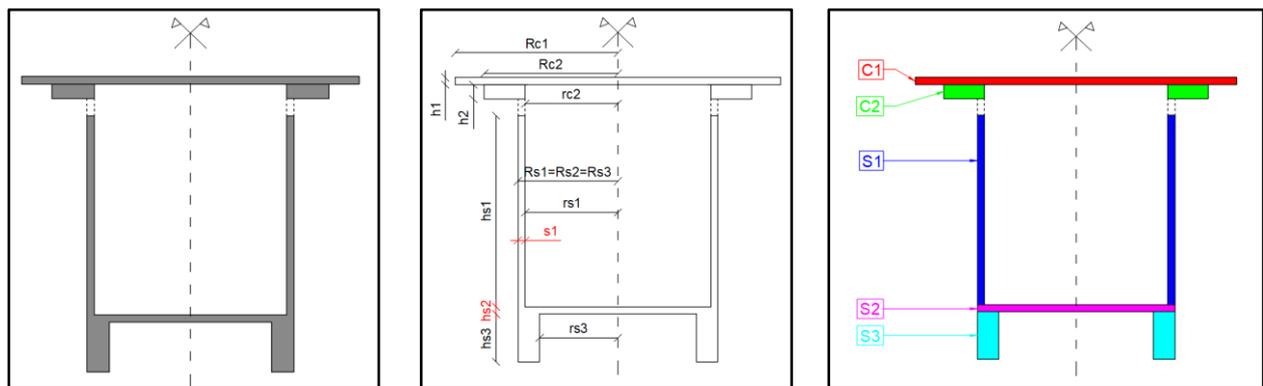


Figura 13 – Sezione del serbatoio

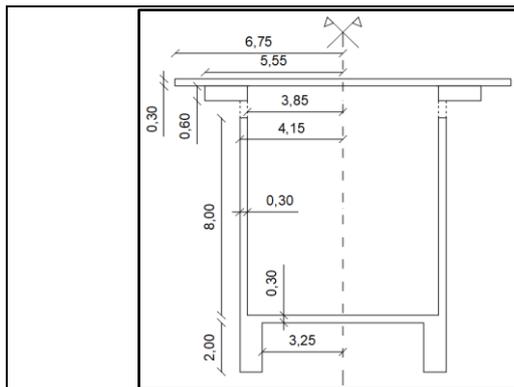


Figura 14 – Sezione serbatoio Analisi_1

In rosso (s1, hs2) sono identificate le dimensioni del serbatoio caratterizzate da maggiore incertezza, motivo per cui saranno soggette a successive modifiche nelle analisi condotte. Valutate le masse di tutte le figure elementari in cui è stato scomposto il serbatoio, è stato possibile procedere all'individuazione del suo baricentro.

Per la prima analisi (*Analisi 1*) si fa riferimento alle dimensioni geometriche del serbatoio riportate in figura 14, tale da condurre ai seguenti risultati.

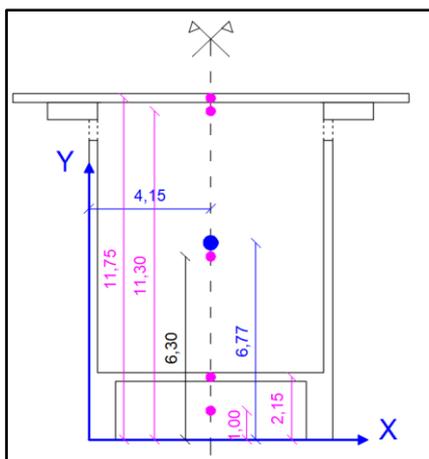


Figura 15 – Baricentro serbatoio Analisi_1

Calcolo massa serbatoio	
γ [kg/m ³]	2500
Vc1 [m ³]	42,94
mc1 [kg]	107354
Vc2 [m ³]	29,08
mc2 [kg]	72700
Vs1 [m ³]	60,32
ms1 [kg]	150796
Vs2 [m ³]	16,23
ms2 [kg]	40580
Vs3 [m ³]	41,85
ms3 [kg]	104615
m_serb [kg]	476046

Baricentro serbatoio	
mc1 [kg]	107354
yGc1 [m]	11,75
mc2 [kg]	72700
yGc2 [m]	11,3
ms1 [kg]	150796
yGs1 [m]	6,3
ms2 [kg]	40580
yGs2 [m]	2,15
ms3 [kg]	104615
yGs3 [m]	1
XG_serb [m]	4,15
YG_serb [m]	6,77

Setti

Di seguito vengono riportati i risultati relativi al calcolo della massa del singolo setto (al netto della cortina in laterizio), della posizione del relativo baricentro, e del peso totale dei quattro setti.

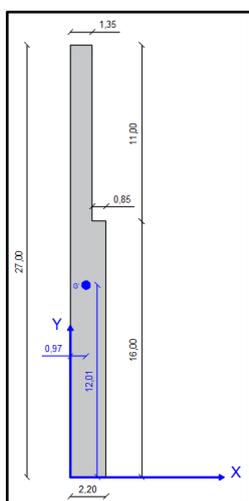


Figura 16 – Baricentro setto

Calcolo massa setto	
A [m ²]	50,05
s [m]	0,65
V [m ³]	32,53
γ [kg/m ³]	2500
m [kg]	81331
m_setti[kg]	325325

Baricentro setto	
XG_set [m]	0,97
YG_set [m]	12,01

Colonna

La colonna centrale è caratterizzata da una sezione circolare cava, costante per tutta la sua lunghezza, motivo per cui risulta essere simmetrico in tutte le direzioni, potendo stabilire fin da subito la posizione del baricentro.

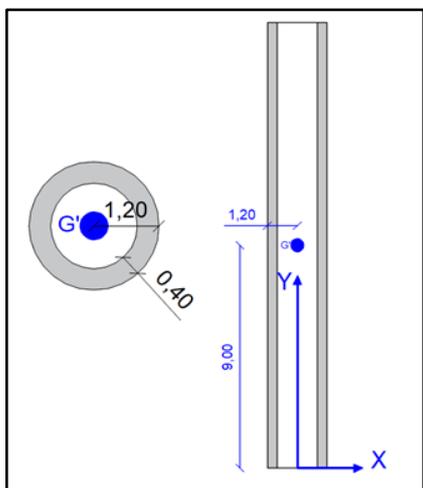


Figura 17 – Sezione e baricentro della colonna centrale cava

Calcolo massa colonna cava	
r_esterno [m]	1,2
r_interno [m]	0,8
A [m ²]	2,51
L [m]	18
V [m ³]	45,24
γ [kg/m ³]	2500
m_col [kg]	113097

Baricentro colonna	
XG [m]	0
YG [m]	9

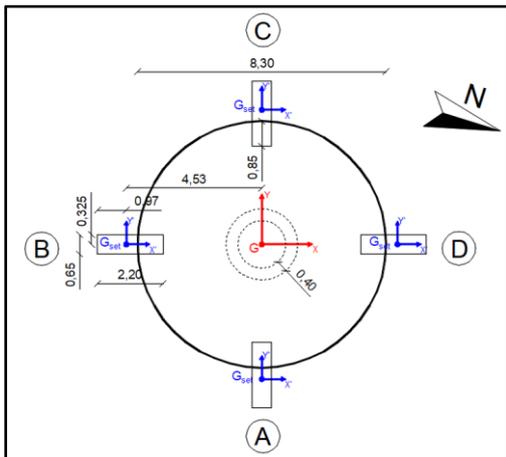


Figura 18 – Posizione baricentri in pianta

Massa sistema SDOF	
m_serb [kg]	476046
dG_serb [m]	22,77
m_setti[kg]	325325
dG_setti [m]	12,01
m_col [kg]	113097
dG_col [m]	9
mTOT [kg]	914468
dG [m]	17,24

La definizione dell'esatta quota del baricentro è fondamentale per la successiva idealizzazione della struttura ad un modello SDOF, identificando la posizione in cui concentrare tutta la massa per la valutazione della rigidezza k.

4.2.2 Calcolo rigidezza

Per completare l'identificazione del sistema SDOF è stato necessario procedere alla valutazione della rigidezza equivalente k della struttura, costituita dal contributo fornito dalla rigidezza laterale di tutti gli elementi resistenti, quali setti e colonna.

Di seguito si elencano tutti i passaggi che hanno condotto all'individuazione della rigidezza:

1. Calcolo del momento d'inerzia di ogni elemento resistente rispetto ai propri assi baricentrici (X', Y');
2. Per i setti è stato necessario procedere al trasporto del loro momento d'inerzia rispetto agli assi principali del sistema (X, Y) posizionati nel baricentro G dell'intera struttura;
3. Individuati i momenti d'inerzia I_x, I_y di ogni elemento strutturale, si è provveduto al calcolo del momento d'inerzia totale, pari alla somma di tutti i contributi provenienti dai diversi elementi resistenti, i quali lavorano in parallelo;
4. Per il calcolo della rigidezza k si è assunto come schema di riferimento per descrivere il comportamento degli elementi resistenti quello di una mensola, il quale si avvicina maggiormente al comportamento atteso della struttura, data la possibilità di rotazione dell'estremo libero in cui viene concentrata tutta la massa del sistema.

Essendo stata considerata l'intera struttura simmetrica in pianta, è stato possibile considerare fin da subito la posizione del suo baricentro.

Le direzioni del sistema di riferimento (X, Y) sono state assunte con verso concorde a quelli del sensore installato sul setto C.

Successivamente, posizionando alla corretta quota tutti i baricentri degli elementi strutturali, si è provveduto alla definizione della quota del baricentro G con la seguente formulazione:

$$d_g = \frac{m_{serb} \cdot d_{G_{serb}} + 4 \cdot m_{setto} \cdot d_{G_{set}} + m_{col} \cdot d_{G_{col}}}{m_{serb} + 4 \cdot m_{setto} + m_{col}}$$

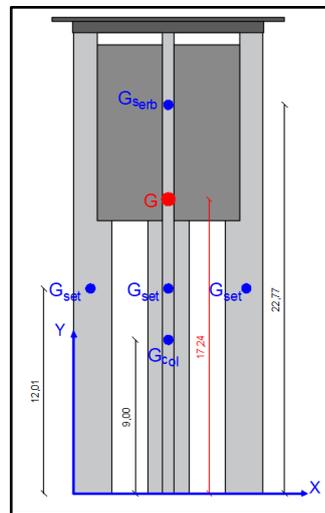


Figura 19 – Posizione baricentri in quota

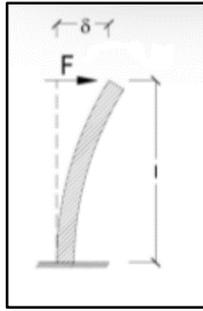


Figura 20 – Comportamento a mensola

A seguito di quest’ultima considerazione, la rigidezza laterale è individuabile mediante la relazione $k = 3 \cdot \frac{E \cdot I}{L^3}$,

dove:

- $E [MPa]$: modulo elastico del materiale;
- $I [m^4]$: momento d’inerzia baricentrico;
- $L [m]$: lunghezza dell’elemento strutturale.

Setti

Si riportano i valori dei momenti di inerzia dei setti rispetto ai propri assi baricentrici (X' , Y') considerando la loro dimensione in pianta (pari a 0,65x2,20m) per poi procedere al loro trasporto rispetto agli assi (X , Y) posizionati nel baricentro G della struttura.

Inerzia rispetto a (X' , Y')									
Dimensioni setto		Setto A		Setto B		Setto C		Setto D	
b[m]	0,65	$I_{x'} [m^4]$	0,6	$I_{x'} [m^4]$	0,05	$I_{x'} [m^4]$	0,6	$I_{x'} [m^4]$	0,05
h[m]	2,2	$I_{y'} [m^4]$	0,05	$I_{y'} [m^4]$	0,6	$I_{y'} [m^4]$	0,05	$I_{y'} [m^4]$	0,6

Inerzia rispetto a (X , Y)									
Distanza tra baricentri		Setto A		Setto B		Setto C		Setto D	
d [m]	4,53	$I_x [m^4]$	29,94	$I_x [m^4]$	0,05	$I_x [m^4]$	29,94	$I_x [m^4]$	0,05
		$I_y [m^4]$	0,05	$I_y [m^4]$	29,94	$I_y [m^4]$	0,05	$I_y [m^4]$	29,94

Colonne

Per la colonna circolare di sezione cava non è stato necessario procedere ad alcun trasporto dei momenti d’inerzia, poiché in pianta il proprio baricentro coincide con quello dell’intera struttura.

Inerzia rispetto al baricentro G della struttura	
$r_e [m]$	1,2
$r_i [m]$	0,8
$I_x = I_y [m^4]$	1,31

Note tutte le caratteristiche inerziali degli elementi resistenti rispetto al baricentro G , è stato possibile procedere al calcolo del momento d’inerzia totale, il quale risulterà essere analogo per entrambe le direzioni X e Y .

Inerzia del sistema SDOF	
Elemento	Momento di inerzia $I_y [m^4]$
Setto A	0,05
Setto B	29,94
Setto C	0,05
Setto D	29,94
Colonna	1,31
$I_{TOT} [m^4]$	61,3

Per i motivi di incertezza connessi alla conoscenza dell’esatta resistenza del calcestruzzo, sono stati calcolati i moduli elastici delle classi di resistenza definite ad inizio capitolo.

Classe resistenza	$f_{ck} [MPa]$	$E [Pa]$
C16/20	16	28607904895
C20/25	20	29961951055
C25/30	25	31475806210

Per completare il calcolo della rigidezza del sistema SDOF, è necessario conoscere la lunghezza L dell’elemento resistente nel modello di calcolo, pari alla quota a cui si trova il baricentro dell’intera struttura, differente per le varie analisi svolte, determinando di conseguenza la rigidezza k del sistema SDOF.

Inoltre, bisogna considerare l’ulteriore variazione di 1m della lunghezza L , relativamente alle condizioni di vincolo d’incastro in corrispondenza del piano di calpestio del basamento.

4.3 Risultati delle analisi

Definiti tutti i passaggi che conducono alla determinazione delle grandezze che descrivono il sistema SDOF, è possibile procedere alla valutazione della sua frequenza fondamentale.

In particolare, sono state eseguite differenti analisi, per ognuna delle quali si è considerata una variazione delle dimensioni geometriche del serbatoio.

Analisi 1

Si sono considerate le dimensioni del serbatoio riportate in figura 14

Calcolo frequenza fondamentale			
m [kg]			914468
ANALISI con L1=17,24m			
Classe resistenza	K [N/m]	ω [rad/s]	f [Hz]
C16/20	1026451917	33,5	5,33
C20/25	1075035106	34,29	5,46
C25/30	1129352245	35,14	5,59
ANALISI con L2=18,24m			
Classe resistenza	K [N/m]	ω [rad/s]	f [Hz]
C16/20	866724428	30,79	4,9
C20/25	907747526	31,51	5,01
C25/30	953612305	32,29	5,14

Analisi 2

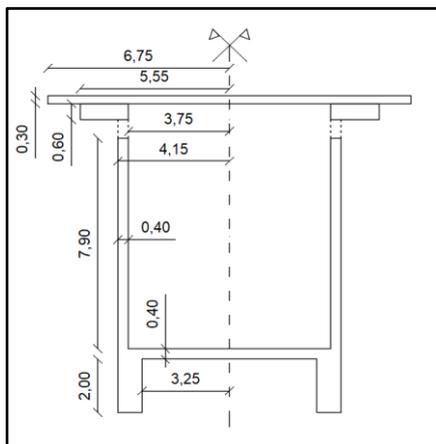


Figura 21 – Geometria serbatoio Analisi_2

Calcolo frequenza fondamentale			
m [kg]			976846
ANALISI con L1=17,54m			
Classe resistenza	K [N/m]	ω [rad/s]	f [Hz]
C16/20	975231737	31,6	5,03
C20/25	1021390615	32,34	5,15
C25/30	1072997316	33,14	5,27
ANALISI con L2=18,54m			
Classe resistenza	K [N/m]	ω [rad/s]	f [Hz]
C16/20	825770161	29,07	4,63
C20/25	864854845	29,75	4,74
C25/30	908552432	30,5	4,85

Analisi 3

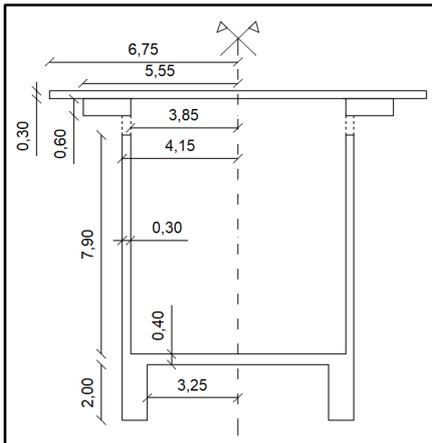


Figura 22 – Geometria serbatoio Analisi_3

Calcolo frequenza fondamentale			
m [kg]			926109
ANALISI con L1=17,26m			
Classe resistenza	K [N/m]	ω [rad/s]	f [Hz]
C16/20	1023966636	33,25	5,29
C20/25	1072432195	34,03	5,42
C25/30	1126617818	34,88	5,55
ANALISI con L2=18,26m			
Classe resistenza	K [N/m]	ω [rad/s]	f [Hz]
C16/20	864740753	30,56	4,86
C20/25	905669962	31,27	4,98
C25/30	951429770	32,05	5,1

Analisi 4

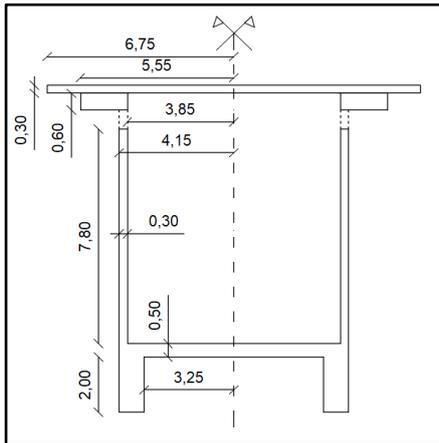


Figura 23 – Geometria serbatoio Analisi_4

Calcolo frequenza fondamentale			
m [kg]			937751
ANALISI con L1=17,27m			
Classe resistenza	K [N/m]	ω [rad/s]	f [Hz]
C16/20	1021330499	33	5,25
C20/25	1069671287	33,77	5,38
C25/30	1123717413	34,62	5,51
ANALISI con L2=18,27m			
Classe resistenza	K [N/m]	ω [rad/s]	f [Hz]
C16/20	862636286	30,33	4,83
C20/25	903465887	31,04	4,94
C25/30	949114333	31,81	5,06

4.3.1 Commento ai risultati

In definitiva, le incertezze che hanno caratterizzato la definizione delle esatte caratteristiche del sistema SDOF per lo studio analitico della torre piezometrica sono conseguenti alla mancata conoscenza della geometria del serbatoio, caratteristiche meccaniche del calcestruzzo e delle esatte condizioni di vincolo dei setti. Tali incertezze hanno condotto alla determinazione del seguente range di frequenze naturali del sistema SDOF:

f_{\min} [Hz]	4,63
f_{\max} [Hz]	5,59

4.4 Identificazione dinamica tramite dati accelerometrici

Come già descritto nel precedente articolo, sulla torre è stata eseguita un'attività di monitoraggio dinamico tramite l'installazione di accelerometri triassiali MEMS alle quote di 16m e 20m dal piano campagna.

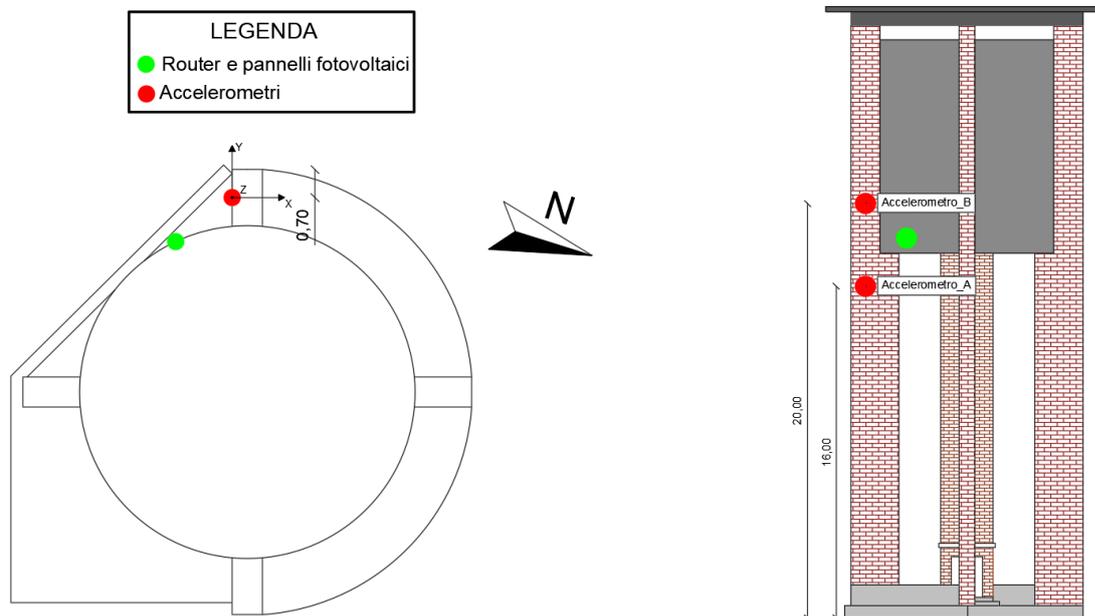


Figura 24 – Posizione dei sensori sulla torre piezometrica

Si ribadisce che per il solo Accelerometro_A alla quota di 16m, è stata impostata una modalità di acquisizione in streaming alla frequenza di 320Hz, adottato come riferimento per l'attività di caratterizzazione dinamica della struttura.

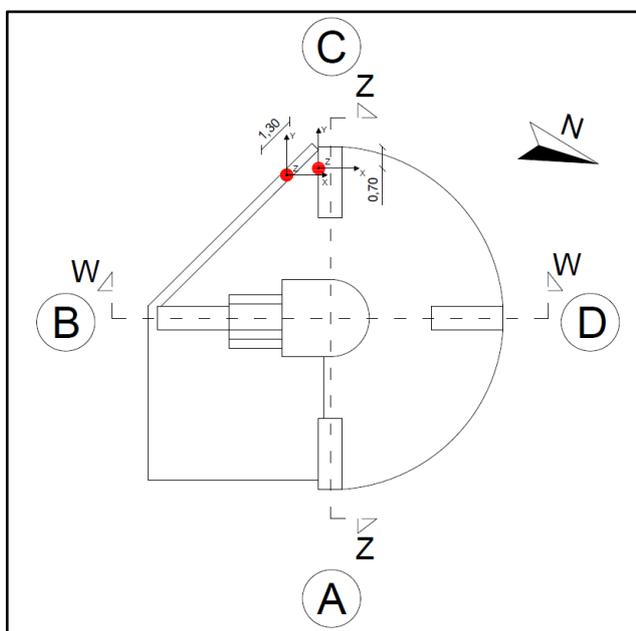


Figura 25 – Posizione accelerometri per identificazione dinamica

Però, per procedere a questa operazione, si è reso necessario eseguire un'apposita giornata di monitoraggio mediante l'installazione di un accelerometro alla base della struttura, consentendo di essere adottato come la forzante di input applicabile alla struttura, tale da poter eseguire un'analisi modale sperimentale di tipo EMA. In particolare, avendo un solo punto di misura di input ed uno di output (Accelerometro_A), si tratta di una prova di tipo SISO (single-input, single-output).

L'accelerometro alla base è stato posizionato quasi sulla stessa verticale di quello già presente, e disposto in modo che i suoi assi fossero diretti come quelli del suddetto accelerometro. Inoltre, è bene precisare che lo svolgimento di questa acquisizione è stata eseguita adottando la medesima strumentazione già installata, con l'obiettivo di non risentire di eventuali interferenze provocate da una modifica delle caratteristiche della stessa, favorendo inoltre che le acquisizioni avvengano rispetto al medesimo riferimento temporale.

Una volta avute a disposizione le storie accelerometriche ottenute dalla campagna di monitoraggio, si è provveduto allo svolgimento di due operazioni preliminari prima di procedere all'individuazione delle FRF da essi:

- Creare coppie di segnali accelerometrici input – output contemporanei, operazione resa necessaria esclusivamente a causa delle modalità di salvataggio dei dati (nonostante si ricordi che gli accelerometri acquisiscono rispetto allo stesso riferimento temporale);
- Correzione dei segnali accelerometrici mediante un'analisi di regressione di ordine 2 ed un filtraggio passa – alto con filtro Butterworth di ordine 4 e frequenza di taglio a 0,1Hz (come già descritto anche nella fase di esecuzione delle verifiche vibrazionali nel precedente articolo).

In definitiva, a termine di questa giornata di monitoraggio e delle analisi prima descritte, si sono individuate cinque coppie di dati accelerometrici input – output appositamente elaborate per ottenere le funzioni di risposta in frequenza, necessarie per ottenere le informazioni richieste sulle caratteristiche dinamiche della struttura.

Dall'analisi di queste coppie di dati accelerometrici, è emerso come solo una di esse abbia permesso di procedere all'identificazione delle possibili frequenze proprie della struttura, grazie alla presenza di un evento impulsivo capace di uscire dal range del rumore ambientale.

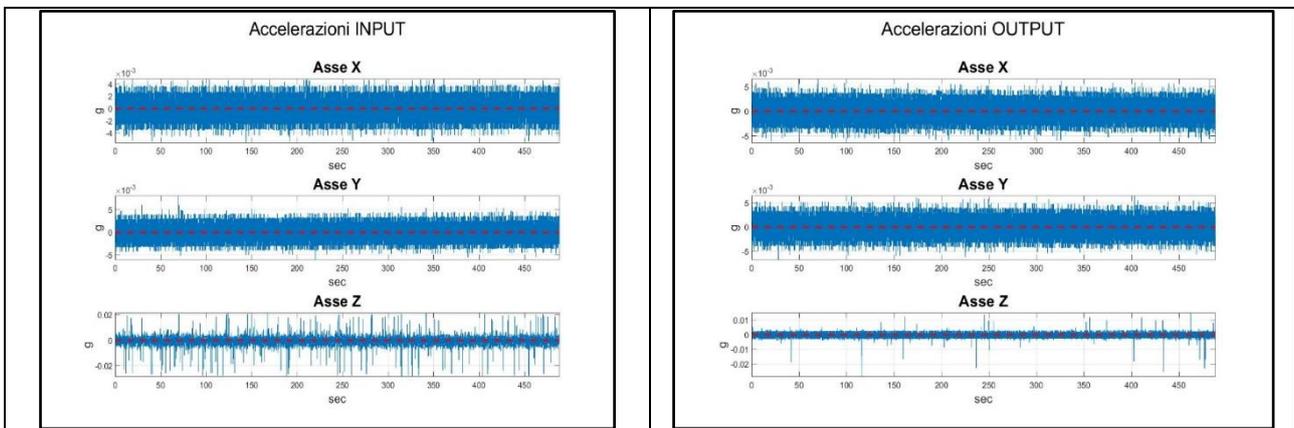


Figura 26 -Coppia Input-Output con solo rumore ambientale

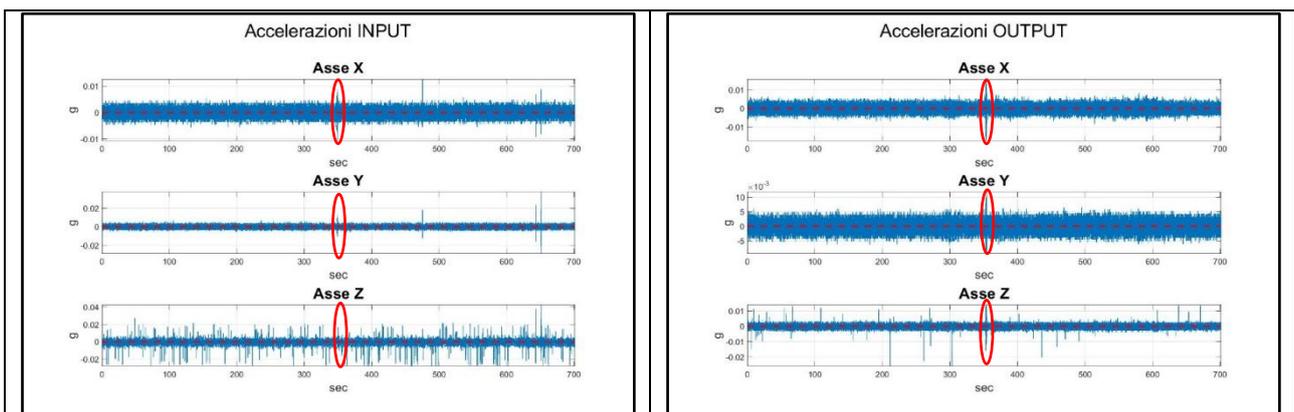
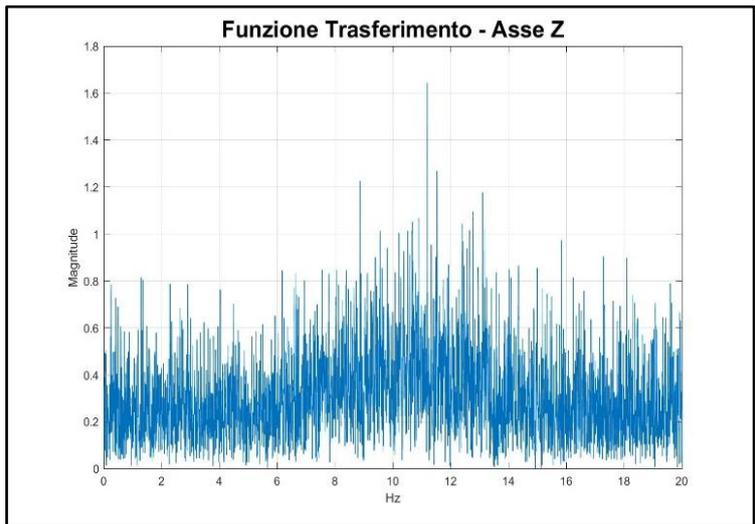
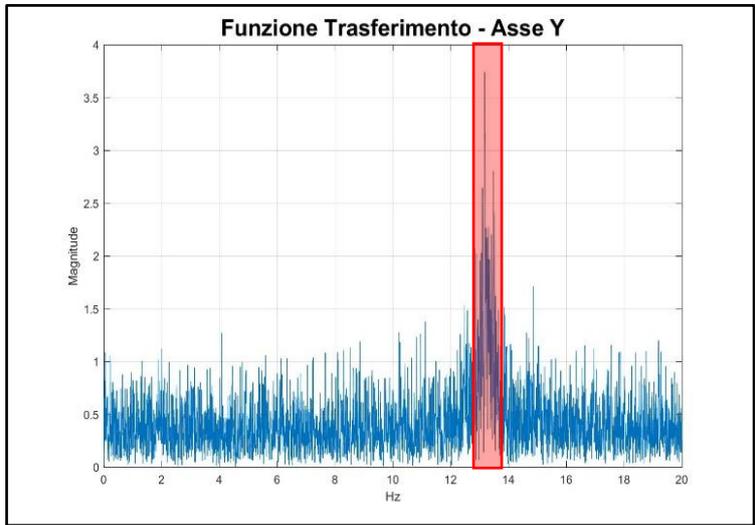
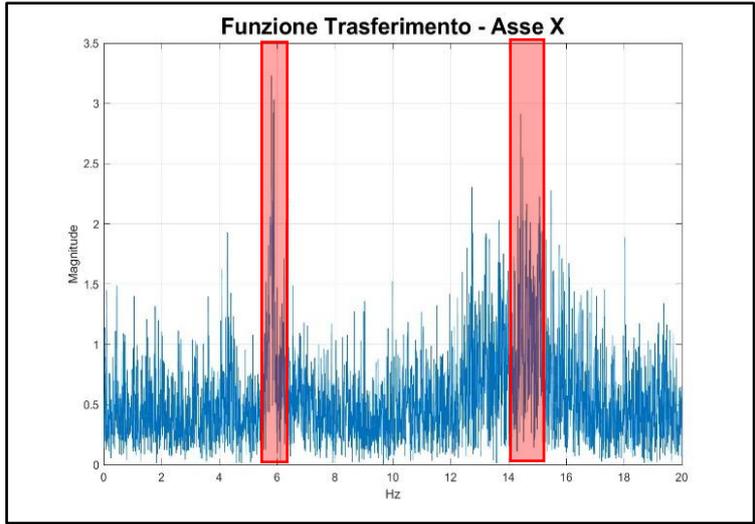


Figura 27 – Coppia Input-Output con sollecitazione impulsiva

Dal tracciamento delle FRF ottenute dall'analisi della coppia input-output considerata, è stato possibile ottenere le seguenti frequenze proprie:

- In direzione X la prima frequenza fondamentale a circa 6Hz e la seconda a circa 15Hz;
- In direzione Y la prima frequenza fondamentale a circa 13Hz.



4.4.1 Commento ai risultati

Senza la presenza della sollecitazione capace di uscire dal range di ampiezza d'oscillazione del solo rumore ambientale non sarebbe stato possibile procedere ad una ben definita individuazione delle frequenze proprie di vibrazione mediante l'elaborazione dei dati accelerometrici forniti dal monitoraggio dinamico.

Analizzando invece i risultati ottenuti, è emerso un comportamento differente nelle direzioni X e Y, nonostante la struttura possa apparire perfettamente simmetrica, presumibilmente associabile alla forma del basamento della torre.

5 CONSIDERAZIONI FINALI

Relativamente all'idealizzazione della torre ad un sistema SDOF, le numerose incertezze, soprattutto in merito all'esatta conoscenza della sezione del serbatoio e del modulo elastico del calcestruzzo, hanno condotto all'individuazione di un range delle possibili frequenze naturali della torre. Nonostante ciò, a seguito delle ipotesi adottate in riferimento a queste incertezze, il risultato finale ha restituito dei valori di frequenze tali da reputarsi accettabili per la struttura in esame, motivo per cui sarebbe possibile appurare che le caratteristiche meccaniche del calcestruzzo e la sezione del serbatoio ipotizzate non siano molto differenti da quelle reali.

Invece, per l'identificazione delle frequenze naturali della struttura mediante un'analisi dinamica sperimentale EMA per mezzo delle acquisizioni ottenute dagli accelerometri installati alla base e in quota, è stato individuato un comportamento dinamico differente della torre nelle direzioni X e Y identificate dai sensori. Questo risultato non è stato possibile individuarlo dall'analisi condotta a seguito dell'idealizzazione della torre ad un sistema SDOF, essendo stata considerata simmetrica in pianta, escludendo qualsiasi tipologia di interazione con il suo basamento, possibile causa di quanto emerso dal tracciamento delle FRF.

I risultati uscenti dall'analisi dinamica sperimentale EMA sono stati confermati anche a seguito di un'ulteriore analisi delle frequenze proprie eseguita mediante la tecnologia del "moto magnificato", non trattato in questo articolo, il quale fornisce risultati di caratterizzazione dinamica visualizzando le vibrazioni di strutture, altrimenti impercettibili a occhio nudo.

6 CONCLUSIONI

Eseguito monitoraggio su strutture strategiche e di valenza storica come la torre piezometrica oggetto della presente è, in conclusione, di particolare importanza in quanto grazie ad essi è possibile fornire numerose informazioni circa il suo aspetto statico/dinamico e tenerle sott'osservazione evitando su di esse impatti visivi e strutturali.

Oltre a quelli presentati in questo articolo, infatti, sono stati numerosi i risultati ottenuti che, per il particolare interesse generato, hanno indotto la Committenza, incuriosita e cosciente dell'importanza di avere una struttura vincolata continuamente sott'osservazione, a prolungare la durata del monitoraggio, inizialmente contrattualizzato per soli due mesi. È proprio questo, infatti, il principale obiettivo di **IndaginiStrutturali**srl: portare innovazione nell'ambito dell'ingegneria civile, giovando alla diagnostica strutturale stessa, e fidelizzare i Committenti trasmettendo loro quanto di meglio le tecnologie applicate alle strutture possano offrire.

È fondamentale comprendere che l'installazione di un monitoraggio su una struttura e i relativi dati acquisiti rappresentano una memoria storica per la struttura stessa e forniscono informazioni sul suo stato di fatto; in un database di dati che dura nel tempo è possibile, infatti, stabilire dei range di variabilità delle grandezze monitorate all'interno dei quali la struttura possa definirsi stabile. Fissate determinate soglie, quindi, qualora esse dovessero essere superate, il monitoraggio funge da campanello d'allarme per cambiamenti di comportamento, movimenti in atto o fenomeni in evoluzione.